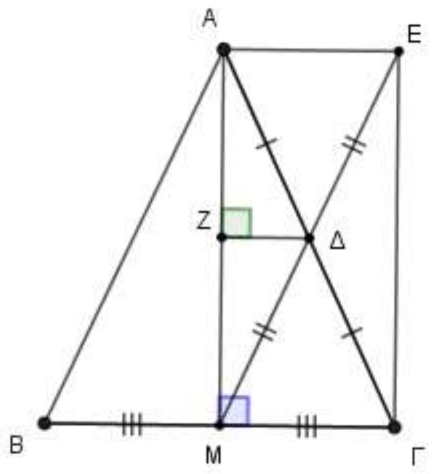

α) Στο τετράπλευρο ΑΜΓΕ τα ΑΓ, ΜΕ είναι διαγώνιοί του.

Επειδή είναι ΜΔ = ΔΕ (υπόθεση) και ΑΔ = ΔΓ αφού ΜΔ είναι διάμεσος του τριγώνου ΑΜΓ, έχουμε ότι οι διαγώνιοι ΜΕ και ΑΓ του τετραπλεύρου ΑΜΓΕ διχοτομούνται στο Δ. Οπότε, το τετράπλευρο ΑΜΓΕ είναι παραλληλόγραμμο με κέντρο το Δ.

Επειδή ΑΜ είναι διάμεσος στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ, θα είναι και ύψος του τριγώνου οπότε ΑΜ $\perp$ΒΓ (1) και Α$\widehat{\text{Μ}}$Γ = 90^{o}.

Οπότε το παραλληλόγραμμο ΑΜΓΕ έχει μια γωνία του ορθή, άρα είναι ορθογώνιο.

β) Αφού ΔΖ $\perp$ ΑΜ και ΑΜ $\perp$ΒΓ (από σχέση (1)) άρα ΔΖ // ΜΓ ως κάθετες στην ίδια ευθεία ΑΜ.

Στο τρίγωνο ΑΜΓ το Δ είναι μέσο της ΑΓ και ΔΖ // ΜΓ, άρα το Ζ είναι μέσο της ΑΜ. Οπότε, το τμήμα ΔΖ ενώνει τα μέσα των πλευρών ΑΓ και ΑΜ του τριγώνου ΑΜΓ άρα θα είναι ίσο με το μισό της πλευράς του ΜΓ, δηλαδή ΔΖ = $\frac{\text{ΜΓ}}{2}$.

Επειδή ΜΓ=$\frac{\text{ΒΓ}}{2}$, αφού Μ μέσο ΒΓ, τότε θα είναι ΔΖ = $\frac{\frac{\text{ΒΓ}}{2}}{2}$, οπότε ΔΖ = $\frac{\text{ΒΓ}}{4}$.